

Quick – 07 mars 2017 – durée 1 h

Sont interdits : les documents, les ordinateurs, les téléphones (incluant smartphone, tablettes,... tout ce qui contient un dispositif électronique).

Seuls les dictionnaires papier pour les personnes de langue étrangère sont autorisés.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la clarté de la présentation (2 pts).

Le barème indicatif : Exercice 1 : 6 pts ; Exercice 2 : 6 pts ; Exercice : 6 pts.

Exercice 1 : Vocabulaire

On souhaite analyser la richesse de vocabulaire d'un auteur littéraire. On dispose pour cela d'un texte et on souhaite compter le nombre de mots différents utilisés par l'auteur.

On suppose que le texte est segmenté en mots et que l'on accède au $k^{\text{ième}}$ mot par `texte[k]`. On notera n la taille du texte en nombre de mots.

1. Proposer (et justifier) une structure de donnée appropriée pour ce type de problème.
2. Proposer un algorithme de coût moyen $\mathcal{O}(n)$.

Exercice 2 : Jeu de Dames

Dans le jeu de dames, une case noire d'un damier $n \times n$ porte soit un pion ou une dame blanc, soit un pion ou une dame noire, soit ne porte pas de pion. L'objectif est d'écrire un algorithme qui énumère toutes les configurations possibles de jeu (sans prise en compte d'autres contraintes que le nombre maximum de pions/dame blancs ou noir (au plus 20 de chaque dans un jeu de dames classique)).

On représente le damier par un ensemble de cases, numérotées de 1 à N et on code l'état de la case par l'une des 3 valeurs : 1 =blanc, -1=noir, 0 s'il n'y a pas de pion ou de dame (pour l'instant on ne compte la couleur). On suppose qu'il y a au maximum K pions/dames blancs et K pions/dames noirs.

1. Donner, en fonction de K et de N un majorant et un minorant du nombre de configurations possibles.
2. Proposer un algorithme qui énumère toutes les configurations possibles du jeu.
3. Modifier votre algorithme pour prendre en compte le type d'occupation d'une case (pion ou dame).

Exercice 3 : Tri par dénombrement

extrait de l'ouvrage de Cormen et al, Algorithmique (Dunod 2012)

Le *tri par dénombrement* suppose que chacun des n éléments de l'entrée est un entier de l'intervalle 0 à k , k étant un certain nombre entier. Lorsque $k = O(n)$, le tri s'exécute en un temps $\Theta(n)$.

Le principe du tri par dénombrement est de déterminer, pour chaque élément x de l'entrée, le nombre d'éléments inférieurs à x . Cette information peut servir à placer l'élément x directement à sa position dans le tableau de sortie. Par exemple, s'il existe 17 éléments inférieurs à x , alors x se trouvera en sortie à la position 18. Ce schéma doit être légèrement modifié pour gérer la situation dans laquelle plusieurs éléments ont la même valeur, puisqu'on ne veut pas tous les placer à la même position.

Dans le code du tri par dénombrement, on suppose que l'entrée est un tableau $A[1..n]$ et donc que $longueur[A] = n$. Nous avons besoin de deux autres tableaux : le tableau $B[1..n]$ contient la sortie triée et le tableau $C[0..k]$ sert d'espace de stockage temporaire.

TRI-DÉNOMBREMENT(A, B, k)

```

1  pour  $i \leftarrow 0$  à  $k$ 
2      faire  $C[i] \leftarrow 0$ 
3  pour  $j \leftarrow 1$  à  $longueur[A]$ 
4      faire  $C[A[j]] \leftarrow C[A[j]] + 1$ 
5  ▷  $C[i]$  contient maintenant le nombre d'éléments égaux à  $i$ .
6  pour  $i \leftarrow 1$  à  $k$ 
7      faire  $C[i] \leftarrow C[i] + C[i - 1]$ 
8  ▷  $C[i]$  contient maintenant le nombre d'éléments inférieurs ou égaux à  $i$ .
9  pour  $j \leftarrow longueur[A]$  jusqu'à 1
10     faire  $B[C[A[j]]] \leftarrow A[j]$ 
11          $C[A[j]] \leftarrow C[A[j]] - 1$ 

```

1. Exécuter cet algorithme sur le tableau A suivant :

A :

2	5	3	0	2	3	0	3
---	---	---	---	---	---	---	---

On précisera en particulier la valeur du tableau C à la ligne 6 et à la ligne 9. On illustrera également le remplissage du tableau B durant l'exécution de la boucle de la ligne 10.

2. Calculer le coût de cet algorithme.
3. Analyser ce coût et comparer avec les différents algorithmes de tri déjà rencontrés dans votre formation. Qu'en pensez-vous ?