

## Objectifs

À la fin de cette séance, vous devriez être capable de :

- reconnaître un algorithme glouton
- déterminer s'il est ou non optimal
- calculer sa complexité

**Nota Bene.** Si vous avez été particulièrement efficace au TD précédent, vous avez peut-être déjà résolu ce premier exercice. Dans ce cas, reprenez vos notes et passez directement à l'exercice suivant.

## Exercice 1 :

Un algorithme glouton pour colorier un graphe :

- prendre les sommets dans un ordre quelconque
- attribuer à chaque sommet la plus petite couleur non utilisée par ses voisins déjà coloriés

Combien de couleurs nécessite cet algorithme ?

Est-il optimal ?

## Exercice 2 :

Un algorithme glouton un peu plus malin pour colorier un graphe :

- prendre les sommets par degré décroissant
- attribuer à chaque sommet la plus petite couleur non utilisée par ses voisins déjà coloriés

Que penser de cet algorithme par rapport au précédent ?

Est-il optimal ?

## Exercice 3 :

On se donne  $n$  réels  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . On souhaite trouver le nombre minimal  $K$  tel que  $K$  intervalles  $I_1, I_2, \dots, I_K$  chacun de longueur 1 recouvrent tous les points, c'est-à-dire que tout point appartient à au moins l'un de ces intervalles. On considère ici des intervalles fermés (dont les bornes sont incluses).

1. Donner un exemple (avec  $n$  petit) montrant qu'il peut y avoir plusieurs recouvrements minimaux (plusieurs familles d'intervalles pour le même  $K$  minimal).

Donner également un exemple où ce recouvrement minimal est unique.

2. Écrire un algorithme glouton qui détermine la valeur minimale de  $K$  en construisant les  $K$  intervalles.
3. Écrire la preuve de votre algorithme glouton.

## Exercice 4 :

Ali Baba est enfin parvenu à entrer dans la caverne des 40 voleurs, mais il ne pourra pas emporter toutes leurs richesses : il n'est capable de porter que  $M$  kilogrammes sur son dos.

Devant lui se situent  $n$  sacs remplis d'épices rares et autres poudres d'or : chaque sac  $i$  pèse  $m_i$  kilogrammes et son contenu vaut  $v_i$  dirhams.

1. Quel mélange de poudres Ali doit-il emporter pour maximiser son profit ?
2. Démontrer que votre stratégie est optimale.
3. Un autre jour, Ali parvient également à entrer dans une caverne, mais cette fois le trésor est constitué d'objets indivisibles : une couronne en or, un rubis géant, un animal légendaire, etc. Votre stratégie est-elle encore valable ?

**Exercice 5 :**

Dans un petit restaurant, un serveur (seul) doit servir  $n$  clients ; il sait qu'il lui faudra  $t_i$  minutes pour servir le client numéro  $i$ .

Le mécontentement de chaque client se mesure au temps qu'il doit attendre avant d'être servi.

Afin de créer le moins de mécontentement possible, l'objectif est ici de minimiser le total des temps d'attente de tous les clients.

Comment faut-il procéder et pourquoi ?